

Анри Пуанкаре

Математическое творчество

Вопрос о процессе математического творчества должен возбуждать в психологе самый живой интерес. В этом акте человеческий ум, по-видимому, заимствует из внешнего мира меньше всего; как орудием, так и объектом воздействия здесь является только он сам, так по крайней мере кажется; поэтому, изучая процесс математической мысли, мы вправе рассчитывать на проникновение в самую сущность человеческого ума.

Это было понято давно; и вот несколько месяцев тому назад журнал «Математическое образование», редактируемый профессорами Лезаном и Фером, предпринял анкету по вопросу о привычках ума и приемах работы различных математиков. Но мое сообщение в главных чертах было уже готово, когда были опубликованы результаты этой анкеты, так что я совершенно не мог ими воспользоваться. Скажу только, что большинство свидетельств подтверждало мои заключения, я не говорю — все, так как нельзя рассчитывать на единогласие ответов, когда вопрос ставится на всеобщее голосование.

I

Начнем с одного факта, который должен нас изумлять или, вернее, должен был бы изумлять, если бы мы к нему не привыкли. Чем объяснить то обстоятельство, что некоторые люди не понимают математических рассуждений? Если эти рассуждения основаны на одних лишь правилах логики, правилах, признаваемых всеми нормальными умами, если их очевидность основывается на принципах, которые общи всем людям и которых никто в здравом уме не станет отрицать, то как возможно существование столь многих людей, совершенно к ним неспособных?

Что не всякий способен на творчество, в этом нет ничего удивительного. Что не всякий может запомнить доказательство, однажды им узнанное, с этим также можно примириться. Но что не всякий может понимать математическое рассуждение в тот момент, когда ему его излагают, вот что кажется в высшей степени поразительным, когда начинаешь в это вдумываться. А между тем тех, которые лишь с трудом могут следить за таким рассуждением, большинство; это неоспоримый факт, и опыт учителей средней школы наверное ему не противоречит.

Но мало того: как возможна ошибка в математическом рассуждении? Здравый ум не должен допускать логических ошибок, а между тем иные острые умы, безошибочные в тех кратких рассуждениях, которые приходится делать при обычных повседневных обстоятельствах, оказываются неспособными следить или повторить без ошибок математические доказательства, которые, хотя и более длинны, но, в сущности, представляют собой лишь нагромождение маленьких рассуждений, совершенно подобных тем, что даются им так легко. Нужно ли добавлять, что и хорошие математики далеко не непогрешимы?

Ответ представляется мне очевидным. Представив себе длинную цепь силлогизмов, в которой заключения предыдущих силлогизмов служат посылками для последующих; мы способны понять каждый силлогизм в отдельности, и при переходе от посылок к заключению мы не рискуем впасть в ошибку. Но между моментом, когда мы в первый раз встретили какое-нибудь предложение в виде заключения некоторого силлогизма, и тем моментом, когда мы вновь с ним встречаемся как посылкой другого силлогизма, иногда проходит много времени, в течение которого были развернуты многочисленные звенья цепи; и вот может случиться, что за это время мы либо вовсе забыли это предложение, либо, что еще хуже, забыли его смысл. Таким образом, возможно, что мы его заменим другим, несколько отличным от него предложением или, сохраняя его словесное выражение, припишем ему несколько иной смысл; в том и в другом случае мы рискуем ошибиться.

Часто математику приходится пользоваться много раз одним и тем же правилом: в первый раз он, конечно, доказывает себе его справедливость; пока это доказательство остается в его памяти вполне ясным и свежим, пока он совершенно точно представляет себе смысл и широту охвата этого правила, до тех пор нет никакого риска в его употреблении. Но когда в дальнейшем наш математик, полагаясь на свою память, продолжает применять правило уже совершенно механически, тогда какой-нибудь изъян в памяти может привести к ложному применению правила. Так, если взять простой, почти избитый пример, мы иногда делаем ошибки в счете по той причине, что забыли нашу таблицу умножения.

С этой точки зрения специальная способность в математике должна обуславливаться очень верной памятью или скорее необычайной напряженностью внимания. Это качество можно было бы сравнить со способностью игрока в вист запоминать вышедшие карты, или, чтобы взять более сильную степень, со способностью шахматиста обзирать и предвидеть очень большое число комбинаций и удерживать их в памяти. С этой точки зрения всякий хороший математик должен был бы быть в то же время хорошим шахматистом, и наоборот; равным образом, он должен быть силен в числовых выкладках. Конечно, иногда так и бывает; так, Гаусс одновременно был гениальным геометром и очень искусным и уверенным вычислителем.

Но бывают исключения; впрочем, я ошибаюсь, говоря «исключения», ибо тогда исключения окажутся многочисленнее случаев, подходящих под правило. Напротив, именно Гаусс и представляет собой исключение. Что же касается, например, меня лично, то я должен сознаться, что неспособен сделать без ошибки сложение. Равным образом, из меня вышел бы плохой шахматист; я, быть может, хорошо рассчитал бы, что, играя таким-то образом, я подвергаюсь такой-то опасности; я бы разобрал много других ходов, которые отверг бы по тем или другим причинам; но в конце концов я, наверное, сделал бы ход, уже рассмотренный, забыв тем временем о той опасности, которую я раньше предусмотрел.

Одним словом, память у меня неплохая, но она была бы недостаточна для того, чтобы я мог стать хорошим игроком в шахматы.

Почему же она не изменяет мне в трудном математическом рассуждении, в котором растерялось бы большинство шахматистов? Очевидно, по той причине, что здесь моей памятью руководит общий ход рассуждения. Математическое доказательство представляет собой не просто какое-то нагромождение силлогизмов: это силлогизмы, расположенные в известное порядке, причем этот порядок расположения элементов оказывается гораздо более важным, чем сами элементы. Если я обладаю чувством, так сказать, интуицией этого порядка, так что могу обозреть одним взглядом все рассуждения в целом, то мне не приходится опасаться, что я забуду какой-нибудь один из элементов; каждый из них сам по себе займет назначенное ему место без всякого усилия памяти с моей стороны.

Далее, когда я повторяю усвоенное доказательство, мне часто кажется, что я мог бы и сам придумать его; быть может, часто это только иллюзия; но если даже у меня недостаточно сил, чтобы самостоятельно найти такое доказательство, то я по меньшей мере самостоятельно создаю его всякий раз, когда мне приходится его повторять.

Понятно, что это чувство, этот род математической интуиции, благодаря которой мы отгадываем скрытые гармонии и соотношения, не может быть принадлежностью всех людей. Одни не обладают ни этим тонким, трудно оценимым чувством, ни силой памяти и внимания выше среднего уровня, и тогда, они оказываются совершенно неспособными понять сколько-нибудь сложные математические теории. Другие, обладая этим чувством лишь в слабой степени, одарены в то же время редкой памятью и большой способностью внимания. Они запомнят наизусть частности, одну за другой; они смогут понять математическую теорию и даже иной раз сумеют ее применить, но они не в состоянии творить. Наконец, третьи, обладая в более или менее высокой степени той специальной интуицией, о которой я только что говорил, не только смогут понять математику, не обладая особенной памятью, но они смогут оказаться творцами, и их поиски новых открытий будут более или менее успешны, смотря по степени развития у них этой интуиции.

В чем, в самом деле, состоит математическое творчество? Оно заключается не в создании новых комбинаций с помощью уже известных математических объектов. Это может сделать мало ли кто; но число комбинаций, которые можно найти этим путем, было бы бесконечно, и даже самое большое их число не представляло бы ровно никакого интереса. Творчество состоит как раз в том, чтобы не создавать бесполезных комбинаций, а строить такие, которые оказываются полезными; а их ничтожное меньшинство. Творить — это отличать, выбирать.

Как следует производить этот выбор, я объяснил в другом месте; в математике фактами, заслуживающими изучения, являются те, которые ввиду их сходства с другими фактами способны привести нас к открытию какого-нибудь математического закона, совершенно подобно тому, как экспериментальные факты приводят к открытию физического закона. Это именно те факты, которые обнаруживают родство между другими фактами, известными с давних пор, но ошибочно считавшимися чуждыми друг другу.

Среди комбинаций, на которые падает выбор, часто наиболее плодотворными оказываются те, элементы которых взяты из наиболее удаленных друг от друга областей. Я не хочу сказать, что для нового открытия достаточно сблизить возможно глубже различающиеся предметы; большинство комбинаций, построенных таким образом, оказались бы совершенно бесплодными; но некоторые, правда, очень немногие из них, бывают наиболее плодотворными.

Творить, изобретать, сказал я, значит выбирать; но это слово, пожалуй, не вполне подходит. Оно вызывает представление о покупателе, которому предлагают громадное число образчиков и который их пересматривает один за другим, имея в виду сделать свой выбор. Здесь число образчиков было бы так велико, что всей жизни не хватило бы для пересмотра всех их. Но в действительности это обстоит иначе. Бесплодные комбинации даже и не представляются уму изобретателя. В поле его сознания появляются лишь действительно полезные комбинации, да еще некоторые другие, которые он, правда, отбросит в сторону, но которые не лишены характера полезных комбинаций. Все происходит подобно тому, как если бы изобретатель был экзаменатором второй ступени, имеющим дело лишь с кандидатами, успешно прошедшими через первое испытание.

II

К тому, что мною сказано до сих пор, можно прийти посредством наблюдения или вывода при чтении произведений математиков, если только вдумчиво это делать.

Теперь пора вникнуть глубже и посмотреть, что происходит в самой душе математика. Лучшее, что я могу сделать с этой целью, — это, я полагаю, обратиться к моим личным воспоминаниям. Впрочем, я ограничусь тем, что расскажу вам, как я написал мой первый мемуар о фуксовых функциях. Прошу у вас извинения, ибо мне придется употребить несколько технических выражений; но они не должны вас пугать: вам, собственно, незачем их понимать. Например, я скажу так: я нашел доказательство такой-то теоремы при таких-то обстоятельствах; эта теорема будет носить варварское название, которое для большинства из вас не будет понятно, но это совершенно неважно; все, что интересно здесь для психолога, — это условия, обстоятельства.

В течение двух недель я старался доказать, что невозможна никакая функция, которая была бы подобна тем, которым я впоследствии дал название фуксовых функций; в то время я был еще весьма далек от того, что мне было нужно. Каждый день я усаживался за свой рабочий стол, проводил за ним один-два часа, перебирал большое число комбинаций и не приходил ни к какому результату. Но однажды вечером я выпил, вопреки своему обыкновению, чашку черного кофе; я не мог заснуть; идеи возникали во множестве; мне казалось, что я чувствую, как они сталкиваются между собой, пока, наконец, две из них, как бы сцепившись друг с другом, не образовали устойчивого соединения. Наутро я установил существование класса функций Фукса, а именно тех, которые получаются из гипергеометрического ряда; мне оставалось лишь сформулировать результаты, что отняло у меня всего несколько часов.

Я захотел затем представить эти функции в виде частного двух рядов; это была вполне сознательная и обдуманная мысль; мною руководила аналогия с эллиптическими функциями. Я задал себе вопрос; каковы должны быть свойства этих рядов, если они существуют, и я пришел без труда к образованию рядов, названных мною тета-фуксовыми функциями.

В эту пору я покинул Кан, где я тогда жил, чтобы принять участие в геологической экскурсии, организованной Горным институтом. Среди дорожных перипетий я забыл о своих математических работах; по прибытии в Кутанс мы взяли омнибус для прогулки; и вот в тот момент, когда я заносил ногу на ступеньку омнибуса, мне пришла в голову идея — хотя мои предыдущие мысли не имели с нею ничего общего, — что те преобразования, которыми я воспользовался для определения фуксовых функций, тождественны с преобразованиями неевклидовой геометрии. Я не проверил этой идеи; для этого я не имел времени, так как, едва усевшись в омнибус, я возобновил начатый разговор, тем не менее я сразу почувствовал полную уверенность в правильности идеи. Возвратясь в Кан, я сделал проверку; идея оказалась правильной.

Вслед за тем я занялся некоторыми вопросами арифметики, по-видимому, без особенного успеха; мне и в голову не приходило, что эти вопросы могут иметь хотя бы самое отдаленное отношение к моим предыдущим исследованиям. Раздосадованный неудачей, я решил провести несколько дней на берегу моря и стал думать о совершенно других вещах. Однажды, когда я бродил по прибрежным скалам, мне пришла в голову мысль, опять-таки с теми же характерными признаками: краткостью, внезапностью и непосредственной уверенностью в ее истинности, что арифметические преобразования неопределенных квадратичных трехчленов тождественны с преобразованиями неевклидовой геометрии.

Возвратившись в Кан, я стал размышлять над этой, мыслью и сделал из нее некоторые выводы; пример квадратичных форм показал мне, что, помимо фуксовых групп, которые соответствуют гипергеометрическому ряду, существуют еще и другие; я увидел, что к ним можно приложить теорию тета-фуксовых рядов и что, следовательно, существуют еще иные фуксовы функции, помимо тех, которые происходят из гипергеометрического ряда и которые только и были известны мне до тех пор. Понятно, я задался целью образовать все такие функции; я повел правильную осаду и овладел одним за другим всеми наружными фортами; но один все еще держался; его падение должно было повлечь за собой сдачу крепости. Однако все мои усилия приводили лишь к большому убеждению в трудности задачи; но и это уже имело некоторое значение. Вся эта работа происходила вполне сознательно.

Тут мне пришлось уехать в Мон-Валерьен, где я должен был отбывать воинскую повинность; конечно я был поглощен разнообразнейшими делами. Однажды я шел по бульвару, как вдруг мне представилось решение занимавшей меня задачи. Я не стал тогда же вникать в этот вопрос; это я сделал лишь по окончании военной службы. В руках у меня были все необходимые данные, оставалось только собрать их вместе и расположить в надлежащем порядке. Теперь я уже в один присест без всякого усилия написал свой окончательный мемуар.

III

Я ограничусь одним только этим примером; было бы бесполезно увеличивать их число, о многих других исследованиях мне пришлось бы повторять почти то же самое; наблюдения, сообщаемые другими математиками в ответе на анкету журнала «Математическое образование», тоже лишь подтвердили бы сказанное.

Прежде всего, поражает этот характер внезапного прозрения, с несомненностью свидетельствующий о долгой предварительной бессознательной работе; роль этой бессознательной работы в процессе математического творчества кажется мне неоспоримой; следы ее можно было бы найти и в других случаях, где она является менее очевидной. Часто, когда думаешь над каким-нибудь трудным вопросом, за первый присест не удается сделать ничего путного; затем, отдохнув более или менее продолжительное время, садишься снова за стол. Проходит полчаса и все так же безрезультатно, как вдруг в голове появляется решающая мысль. Можно думать, что сознательная работа оказалась более плодотворной благодаря тому, что она была временно прервана, и отдых вернул уму его силу и свежесть. Но более вероятно, что это время отдыха было заполнено бессознательной работой, результат которой потом раскрывается перед математиком, подобно тому как это имело место в приведенных примерах; но только здесь это откровение приходит не во время прогулки или путешествия, а во время сознательной работы, хотя в действительности независимо от этой работы, разве только разматывающей уже готовые изгибы; эта работа играет как бы только роль стимула, который заставляет результаты, приобретенные за время покоя, но оставшиеся за порогом сознания, облечься в форму, доступную сознанию.

Можно сделать еще одно замечание по поводу условий такой бессознательной работы; а именно: эта работа возможна или по меньшей мере плодотворна лишь в том случае, если ей предшествует и за нею следует период сознательной работы. Никогда (и приведенные мною примеры достаточны для такого утверждения) эти внезапные внушения не происходят иначе, как после нескольких дней волевых усилий, казавшихся совершенно бесплодными, так что весь пройденный путь в конце концов представлялся ложным. Но эти усилия оказываются в действительности не такими уж бесплодными, как это казалось; это они пустили в ход машину бессознательного, которая без них не стала бы двигаться и ничего бы не произвела.

Необходимость второго периода сознательной работы представляется еще более понятной. Надо пустить в действие результаты этого вдохновения, сделать из них непосредственные выводы, привести их в порядок, провести доказательства; а прежде всего их надо проверить. Я говорил вам о чувстве абсолютной достоверности, сопровождающем вдохновение; в приведенных примерах это чувство меня не обмануло, и так оно бывает в большинстве случаев; но следует остерегаться мнения, что так бывает всегда; подчас это чувство нас обманывает, хотя оно и в этих случаях ощущается не менее живо; ошибка обнаруживается лишь тогда, когда хочешь провести строгое доказательство. Это, по моим наблюдениям, особенно часто имеет место с мыслями

которые приходят в голову утром или вечером, когда я лежу в постели в полусонном состоянии.

IV

Таковы факты; они наводят нас на следующие размышления. Бессознательное или, как еще говорят, подсознательное «я» играет в математическом творчестве роль первостепенной важности; это явствует из всего предшествующего. Но это подсознательное «я» обычно считают совершенно автоматическим. Между тем мы видели, что математическая работа не есть простая механическая работа; ее нельзя доверить никакой машине, как бы совершенна она ни была. Дело не только в том, чтобы применять известные правила и сфабриковать как можно больше комбинаций по некоторым установленным законам. Полученные таким путем комбинации были бы невероятно многочисленны, но бесполезны и служили бы лишь помехой. Истинная творческая работа состоит в том, чтобы делать выбор среди этих комбинаций, исключая из рассмотрения те, которые являются бесполезными, или даже в том, чтобы освободить себя от труда создавать эти бесполезные комбинации.

Но правила, руководящие этим выбором, — крайне, тонкого, деликатного характера; почти невозможно точно выразить их словами; они явственно чувствуются, но плохо поддаются формулировке; возможно ли при таких обстоятельствах представить себе решето, способное просеивать их механически?

А в таком случае представляется правдоподобной такая гипотеза: «я» подсознательное несколько не «ниже», чем «я» сознательное; оно отнюдь не имеет исключительно механического характера, но способно к распознаванию, обладает тактом, чувством изящного; оно умеет выбирать и отгадывать. Да что там! Оно лучше умеет отгадывать, чем «я» сознательное, ибо ему удастся то, перед чем другое «я» оказывается бессильным. Одним словом, не является ли подсознательное «я» чем-то более высшим, чем «я» сознательное? Вам понятна вся важность этого вопроса. Бутру в лекции, прочитанной месяца два тому назад, показал, каким образом к тому же вопросу приводят совершенно другие обстоятельства и к каким следствиям привел бы положительный ответ на него.

Приводят ли нас к этому положительному ответу те факты, которые я только что изложил? Что касается меня, то я, признаюсь, отнесся бы к такому ответу далеко не сочувственно. Пересмотрим же вновь факты и поищем, не допускают ли они другого объяснения.

Несомненно, что те комбинации, которые представляются уму в момент какого-то внезапного просветления, наступающего после более или менее продолжительного периода бессознательной работы, в общем случае оказываются полезными и плодотворными, являясь, по-видимому, результатом первого отбора. Но следует ли отсюда, что подсознательное «я», отгадавшее с помощью тонкой интуиции, что эти комбинации могут быть полезны, только эти именно комбинации и построило, или, может быть, оно построило еще множество других, оказавшихся лишенными всякого интереса и потому не переступивших порога сознания?

С этой второй точки зрения все комбинации создаются благодаря автоматизму подсознательного «я», но только те из них, которые могут оказаться интересными, проникают в поле сознания. И это представляется еще более таинственным. В чем причина того, что среди тысяч продуктов нашей бессознательной деятельности одним удается переступить порог сознания, тогда как другие остаются за его порогом? Случайно ли даруется такая привилегия? Очевидно, нет; например, среди всех раздражений наших чувств только самые интенсивные остановят на себе наше внимание, если только оно не привлекается еще и другими причинами. Вообще, среди несознаваемых явлений привилегированными, т. е. способными стать сознаваемыми, оказываются те, которые прямо или косвенно оказывают наибольшее воздействие на нашу способность к восприятию.

Может показаться странным, что по поводу математических доказательств, имеющих, по-видимому, дело лишь с мышлением, я заговорил о восприятии. Но считать это странным значило бы забыть о чувстве прекрасного в математике, о гармонии чисел и форм, о геометрическом изяществе. Всем истинным математикам знакомо настоящее эстетическое чувство. Но ведь здесь мы уже в области чувственного восприятия.

Но какие же именно математические предметы мы называем прекрасными и изящными, какие именно предметы способны вызвать в нас своего рода эстетические эмоции? Это те, элементы которых расположены так гармонично, что ум без труда может охватить целое, проникая в то же время и в детали. Эта гармония одновременно удовлетворяет нашим эстетическим потребностям и служит подспорьем для ума, который она поддерживает и которым руководит. И в то же время, давая нам зрелище правильно расположенного целого, она вызывает в нас предчувствие математического закона. А ведь мы видели, что единственными математическими фактами, достойными нашего внимания и могущими оказаться полезными, являются как раз те, которые могут привести нас к открытию нового математического закона. Таким образом, мы приходим к следующему заключению: полезными комбинациями являются как раз наиболее изящные комбинации, т.е. те, которые в наибольшей степени способны удовлетворять тому специальному эстетическому чувству, которое знакомо всем математикам, но которое до того непонятно профанам, что упоминание о нем вызывает улыбку на их лицах.

Но что же тогда оказывается? Среди тех крайне многочисленных комбинаций, которые слепо создает мое подсознательное «я», почти все оказываются лишенными интереса и пользы, но именно поэтому они не оказывают никакого воздействия на эстетическое чувство, и сознание никогда о них не узнает; лишь некоторые среди них оказываются гармоничными, а следовательно, полезными и прекрасными в то же время; они сумеют разбудить ту специальную восприимчивость математика, о которой я только что говорил; последняя же, однажды возбужденная, со своей стороны, привлечет наше внимание к этим комбинациям и этим даст им возможность переступить через порог сознания.

Это не более как гипотеза; но вот наблюдение, решительно говорящее в ее пользу: когда ум математика испытывает внезапное просветление, то большей частью

оно его не обманывает; но иногда все же случается, как я уже говорил, что пришедшие таким образом в голову идеи не выдерживают проверочных операций; и вот замечено, что почти всегда такая ложная идея, будь она верна, была бы приятна нашему естественному инстинкту математического изящества.

Таким образом, именно это специальное эстетическое чувство играет роль того тонкого критерия, о котором я говорил выше; благодаря этому становится понятным и то, почему человек, лишенный этого чувства, никогда не окажется истинным творцом.

V

Однако такое объяснение не устраняет всех затруднений; сознательное «я» в крайней степени ограничено; что же касается подсознательного «я», то нам неизвестны его границы, и потому нет ничего неестественного в предположении, что оно может за небольшой промежуток времени создать больше различных комбинаций, чем может охватить сознательное существо за целую жизнь. Но тем не менее эти пределы существуют; в таком случае правдоподобно ли, чтобы это подсознательное «я» могло образовать все возможные комбинации, число которых ужаснуло бы всякое воображение? И, однако, это представляется необходимым, ибо если оно создает лишь небольшую часть этих комбинаций, да и то делает на авось, то будет очень уж мало шансов на то, что среди них окажется удачная комбинация, т. е. та, которую надо найти.

Но, быть может, объяснения следует искать в том периоде сознательной работы, который всегда предшествует плодотворной бессознательной работе? Позвольте мне прибегнуть к грубому сравнению. Представим себе будущие элементы наших комбинаций чем-то вроде крючкообразных атомов Эпикура. Во время полного бездействия ума эти атомы неподвижны, как если бы они были повешены на стену; таким образом, этот полный покой ума может продолжаться неопределенно долго, и за все это время атомы не сблизятся ни разу и, следовательно, не осуществится ни одна комбинация.

В противоположность этому, в течение периода кажущегося покоя и бессознательной работы некоторые из атомов отделяются от стены и приходят в движение. Они бороздят по всем направлениям то пространство, в котором они заключены, подобно рою мошек или, если вы предпочитаете более ученое сравнение, подобно молекулам газа в кинетической теории газов. Тогда их взаимные столкновения могут привести к образованию новых комбинаций.

Какова же тогда роль предварительной сознательной работы? Очевидно, она заключается в том, чтобы привести некоторые атомы в движение, сорвав их со стены. Когда мы, пытаясь собрать воедино эти элементы, на тысячу ладов ворочаем их во все стороны, но не находим в конце концов удовлетворительного сопоставления, тогда мы бываем склонны отрицать всякое значение такой работы. А между тем атомы после того возбуждения, в которое их привела наша воля, отнюдь не возвращаются в свое первоначальное состояние покоя. Они продолжают, теперь уже свободно, свою пляску.

Но ведь наша воля взяла их не наугад, она при этом преследовала вполне определенную цель, так что пришли в движение не какие-нибудь атомы вообще, но такие, от которых можно с некоторым основанием ожидать искомого решения. Раз придя в

движение, атомы начинают испытывать столкновения, которые приводят к образованию комбинаций этих атомов либо между собой, либо с другими, неподвижными атомами, с которыми они сталкиваются на своем пути. Я еще раз прошу у вас извинения; мое сравнение довольно грубо, но я не знаю иного способа сделать понятной мою мысль.

Как бы там ни было, но единственными комбинациями, образование которых представляется вероятным, являются те, хоть один элемент которых оказывается в числе атомов, свободно выбранных нашей волей. Но ведь очевидно, что именно среди них находится та комбинация, которую я только что назвал удачной. Быть может, здесь мы имеем средство смягчить то, что представлялось парадоксальным в первоначальной гипотезе.

Другое замечание. Никогда не случается, чтобы бессознательная работа доставила вполне готовым результат сколько-нибудь продолжительного вычисления, состоящего в одном только применении определенных правил. Казалось бы, что абсолютное «я» подсознания в особенности должно быть способно к такого рода работе, являющейся в некотором роде исключительно механической. Казалось бы, что, думая вечером о множителях какого-нибудь произведения, можно надеяться найти при пробуждении готовым самое произведение или, еще иначе, что алгебраическое вычисление, например проверка, может быть выполнено помимо сознания. Но в действительности ничего подобного не происходит, как то доказывают наблюдения.

От таких внушений, являющихся продуктами бессознательной работы, можно ожидать только исходных точек для подобных вычислений; самые же вычисления приходится выполнять во время второго периода сознательной работы, который следует за внушением и в течение которого проверяются результаты этого внушения и делаются из них выводы. Правила этих вычислений отличаются строгостью и сложностью; они требуют дисциплины, внимания, участия воли и, следовательно, сознания. В подсознательном же «я» господствует, в противоположность этому, то, что я назвал бы свободой, если бы только можно было дать это имя простому отсутствию дисциплины и беспорядку, обязанному своим происхождением случаю. Только этот самый беспорядок делает возможным возникновение неожиданных сближений.

Сделаю последнее замечание. Излагая выше некоторые мои личные наблюдения, я рассказал, между прочим, об одной бессонной ночи, когда я работал как будто помимо своей воли; подобные случаи бывают нередко, и для этого нет необходимости в том, чтобы нормальная мозговая деятельность была вызвана каким-нибудь физическим возбудителем, как то имело место в описанном мною случае. И вот в таких случаях кажется, будто сам присутствуешь при своей собственной бессознательной работе, которая, таким образом, оказалась отчасти доступной перевозбужденному сознанию, но несколько вследствие этого не изменила своей природе. Тогда отдаешь себе в общих чертах отчет в том, что различает оба механизма или, если вам угодно, методы работы обоих «я». Психологические наблюдения, которые я, таким образом, имел возможность сделать, подтверждают те взгляды, которые я только что изложил.

А в подтверждении они конечно нуждаются, так как, вопреки всему, они остаются весьма гипотетическими; однако вопрос столь интересен, что я не раскаиваюсь в том, что изложил вам эти взгляды.